

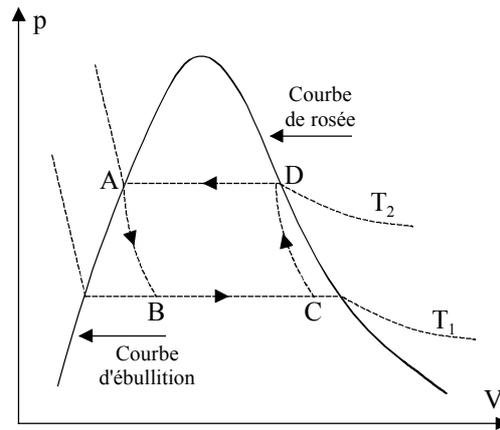
ICNA - SESSION 2011

ÉPREUVE COMMUNE DE PHYSIQUE

CORRIGÉ

Machine frigorifique.

1. Le cycle est récepteur et décrit dans le sens trigonométrique.
2. Ce cycle se trouve à l'intérieur de la courbe de saturation.



3. La transformation $A \rightarrow B$ est isentropique, c'est-à-dire adiabatique et réversible, donc il n'y a aucun échange thermique.
4. La transformation $C \rightarrow D$ est aussi isentropique donc il n'y a aucun échange thermique.
5. La transformation $B \rightarrow C$ se trouve, dans le diagramme de Clapeyron, sur le palier de l'isotherme T_1 de l'équilibre liquide/vapeur : cette transformation est donc à la fois isotherme et isobare.
6. La transformation $D \rightarrow A$ se trouve sur le palier de l'isotherme T_2 de l'équilibre liquide/vapeur : cette transformation est aussi isotherme et isobare.
7. *La question n'est pas claire (surtout avec le "On peut en déduire ..." de la question suivante). Doit-on donner l'expression de la variation d'entropie ou seulement sa valeur ?*

On rappelle que l'entropie d'un mélange liquide/vapeur dans l'état d'équilibre k est :

$$S_k = m \left(c_L \ln T + x_k \frac{L_v(T)}{T} \right)$$

La transformation $A \rightarrow B$ étant isentropique on a :

$$\Delta S_{AB} = m \left(c_L \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) + x_B \frac{L_v(T_1)}{T_1} \right) = 0$$

Le point D est sur la courbe de rosée ; on obtient, pour la transformation $C \rightarrow D$, elle aussi isentropique :

$$\Delta S_{CD} = m \left(\frac{L_v(T_2)}{T_2} - x_C \frac{L_v(T_1)}{T_1} - c_L \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) \right) = 0$$

8. Des deux expressions précédentes on déduit aisément le titre massique en vapeur saturante dans les états B et C :

$$\boxed{x_B = c_L \frac{T_1}{L_v(T_1)} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right), \quad x_C = \frac{T_1}{L_v(T_1)} \left(c_L \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{L_v(T_2)}{T_2} \right)}$$

9. Le travail échangé au cours d'un cycle, d'après le premier principe de la thermodynamique, est :

$$W = -(Q_{BC} + Q_{DA})$$

Or :

$$Q_{BC} = T_1 \Delta S_{BC} = m(x_C - x_B)L_v(T_1) = m \frac{T_1}{T_2} L_v(T_2), \quad Q_{DA} = T_2 \Delta S_{DA} = -mL_v(T_2)$$

Il en résulte que :

$$\boxed{W = mL_v(T_2) \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right)}$$

10. L'efficacité de cette machine frigorifique est :

$$\boxed{\eta = \frac{Q_{BC}}{W} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}}$$

Interféromètre de Michelson.

11. La lame séparatrice L_S est une lame semi-réfléchissante (*traitement sur sa face antérieure*), inclinée à 45° par rapport à l'axe Ox, qui sépare le faisceau incident en deux faisceaux de même amplitude donc de même intensité.

Il existe d'autres interféromètres à division d'amplitude : l'interféromètre de Mach-Zehnder, l'interféromètre de Perot-Fabry.

12. La lame compensatrice L_C est une lame identique (*géométrie, nature et inclinaison*) à la séparatrice le traitement semi-réfléchissant en moins.

13. Le rôle de L_C est de rattraper la différence de chemin optique supplémentaire introduite sur le trajet du rayon (1) si la face semi-réfléchissante de L_S est positionnée en O.

14. Les sources secondaires sont obtenues par des symétries par rapport à la séparatrice et par rapport à chacun des miroirs.

15. Les sources secondaires sont mutuellement cohérentes, situées sur l'axe Oy et distantes de $2e = 2|d_1 - d_2|$.

16. L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division d'amplitude donc on va observer des franges par division d'amplitude. Dans le montage en "coin d'air" les miroirs étant initialement au contact optique n fait tourner le miroir M_1 d'un petit angle α autour de l'axe O_1z . Les franges obtenues sont des segments de droite équidistants et parallèles à l'arête du coin d'air.

Ces franges ne sont pas localisées car l'interféromètre est éclairé par une source ponctuelle.

17. L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division d'amplitude donc on va observer des franges par division d'amplitude. Dans le montage en "lame d'air" les miroirs M_1 et M_2 doivent être exactement perpendiculaires respectivement aux axes Ox et Oy. Les franges, appelées franges d'égalé inclinaison, sont des anneaux centrés sur l'axe Oy.

Ces franges ne sont pas localisées car l'interféromètre est éclairé par une source ponctuelle.

18. Dans le montage en "lame d'air" l'ordre d'interférence au centre de la figure d'interférences est :

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} = 2.10^4$$

Cet ordre est entier donc la frange centrale est brillante.

19. Lorsqu'on s'éloigne de la frange centrale l'ordre d'interférence diminue et les anneaux brillants sont de plus en plus serrés.

20. La présence de la lame L_0 – placée devant l'un des deux miroirs - introduit une différence de chemin optique supplémentaire entre les deux rayons dont nécessairement une différence de phase supplémentaire.

Mouvement d'une comète.

21. La force exercée par la planète P sur la comète A est la force de gravitation :

$$\vec{f} = -G \frac{Mm}{\|\vec{PA}\|^3} \vec{PA}$$

C'est une force centrale et conservative car $-\frac{\vec{PA}}{\|\vec{PA}\|^3} = \text{grad}_A \left(\frac{1}{\|\vec{PA}\|} \right)$.

22. Le théorème du moment cinétique appliqué à A en P dans le référentiel galiléen \mathcal{R} se traduit par :

$$\left(\frac{d\vec{L}(P, A / \mathcal{R})}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \vec{PA} \wedge \vec{f} = \vec{0}$$

Il en résulte que $\vec{L}(P, A / \mathcal{R}) = \vec{L}_0$ où \vec{L}_0 est un vecteur constant.

On en déduit que le mouvement de A :

- ♦ s'effectue dans un plan contenant P et orthogonal à \vec{L}_0 ;
- ♦ obéit à la loi des aires.

23. L'énergie potentielle de gravitation est liée à la force par $\vec{f} = -\overrightarrow{\text{grad}} \mathcal{E}_p$; il en résulte que :

$$\mathcal{E}_p = -G \frac{Mm}{\|\vec{PA}\|} + \text{Cte}$$

Cette énergie potentielle est proportionnelle à $\frac{1}{\|\vec{PA}\|}$ et définie à une constante additive près.

On fixe la valeur de cette constante en choisissant une origine de l'énergie potentielle ; il est naturel de considérer que cette énergie potentielle s'annule lorsque la planète et la comète sont infiniment éloignées, alors la constante est nulle.

24. L'énergie mécanique est la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique, soit :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c = -G \frac{Mm}{\|\vec{PA}\|} + \frac{1}{2} mv^2$$

Cette énergie est constante au cours du temps.

25. La trajectoire suivie par la comète A est hyperbolique donc :

- ♦ l'excentricité est telle que $e > 1$;
- ♦ A est dans un état de diffusion.

26. La distance minimale entre P et A est :

$$d = \frac{p}{e+1}$$

27. La trajectoire de A étant hyperbolique, la distance maximale entre P et A est :

$$d' = +\infty$$

28. La valeur, constante, du moment cinétique en P est :

$$\|\vec{L}_0\| = \|\vec{PB} \wedge m\vec{v}_0\| = mv_0 b$$

29. L'énergie mécanique, constante du mouvement, est positive (*trajectoire hyperbolique*) donc la vitesse de A est maximale lorsque la distance planète/comète est minimale, soit pour :

$$\left\| \overrightarrow{PA} \right\| = d = \frac{p}{e+1}$$

Dans cette position le vecteur vitesse est parallèle à \vec{e}_y .

30. Lorsque A se trouve au plus près de la planète, la conservation de l'énergie mécanique se traduit par :

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 - G\frac{Mm}{p}(1+e) = \frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{Mm}{b}$$

Compte tenu que $e = 1 + \delta$ avec $\delta > 0$ car la trajectoire est hyperbolique et $\delta \ll 1$, on en déduit :

$$v_{\max} = \sqrt{v_0^2 + 2GM\left(\frac{e+1}{p} - \frac{1}{b}\right)} = \sqrt{v_0^2 + 2\frac{GM}{b}\left(\sqrt{\frac{e+1}{e-1}} - 1\right)} = \sqrt{v_0^2 + 2\frac{GM}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{2}{\delta}} - 1\right)}$$

soit :

$$v_{\max} \approx \sqrt{v_0^2 + \frac{2GM}{b}\left(\sqrt{\frac{2}{\delta}} - 1\right)}$$

Balance électromagnétique.

Le dispositif proposé est une variante de la balance de Cotton.

31. Deux fils conducteurs rectilignes, parallèles, parcourus par des courants stationnaires de même sens s'attirent ; l'intensité de la force attractive est, entre autre, inversement proportionnelle à leur distance (voir la définition de l'ampère).

L'expérience sera réalisable si la résultante des forces de Laplace qui s'exercent sur le cadre est verticale et dirigée vers le bas ce qui nécessite que :

- a) soit I_1 circule dans le sens PQRSP et I_2 dans le sens des x décroissants ;
- b) soit I_1 circule dans le sens PSRQP et I_2 dans le sens des x croissants.

Dans la suite de l'exercice nous nous placerons dans le cas b.

32. On rappelle (cours de Magnétostatique de première année) que le champ magnétique créé en tout point M de l'espace par un fil rectiligne infini, de section négligeable, confondu avec l'axe Oz et parcouru par un courant stationnaire d'intensité I dans le sens des z croissants, est tel que :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

r est la distance du fil au point M et $\vec{e}_\theta = \vec{e}_z \wedge \vec{e}_r$ est le vecteur unitaire orthoradial.

Ainsi le champ magnétique créé par le conducteur C_2 en tout point M du plan xOz et pour $z > 0$ est :

$$\vec{B}_2(M) = -\frac{\mu_0 I_2}{2\pi z} \vec{e}_y$$

33. Le courant I_1 qui traverse le côté [PQ] de C_1 est dirigé selon \vec{e}_x alors que le champ magnétique créé par C_2 est dirigé selon $-\vec{e}_y$ et présente une intensité constante le long de [PQ] : la résultante des forces de Laplace, \vec{F}_{PQ} , qui s'exercent sur [PQ], est donc dirigée selon $-\vec{e}_z$ et s'applique au milieu du segment.

34. Le courant I_1 qui traverse le côté [QR] de C_1 est dirigé suivant $-\vec{e}_z$ alors que le champ magnétique créé par C_2 est dirigé selon $-\vec{e}_y$ et présente une intensité qui varie le long de [QR] (elle augmente de R à Q) : la résultante des forces de Laplace, \vec{F}_{QR} , qui s'exercent sur [QR] est dirigée selon $-\vec{e}_x$ mais ne s'applique pas au milieu du segment.

35. La symétrie du problème impose que :

$$\vec{F}_{QR} = -\vec{F}_{SP}$$

36. La résultante des forces de Laplace qui s'exercent sur le côté [PQ] de C_1 est donnée par :

$$\vec{F}_{PQ} = N \int_{x_0}^{x_0+2a} (I_1 dx \vec{e}_x) \wedge \left(-\frac{\mu_0 I_2}{2\pi z_0} \vec{e}_y \right) = -\frac{N\mu_0 I_1 I_2}{\pi} \frac{a}{z_0} \vec{e}_z$$

37. La résultante des forces de Laplace qui s'exercent sur le côté [QR] de C_1 est :

$$\vec{F}_{QR} = N \int_{z_0+2b}^{z_0} (I_1 dz \vec{e}_x) \wedge \left(-\frac{\mu_0 I_2}{2\pi z} \vec{e}_y \right) = -\frac{N\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{2b}{z_0}\right) \vec{e}_x$$

38. La résultante des forces de Laplace qui s'exercent sur le cadre C_1 , compte tenu du résultat de la question 35, est alors :

$$\vec{F} = \vec{F}_{PQ} + \vec{F}_{SR} = -\frac{N\mu_0 I_1 I_2}{\pi} \frac{2ab}{z_0(z_0+2b)} \vec{e}_z$$

39. La balance est en équilibre lorsque le moment des forces extérieures par rapport à l'axe de rotation du fléau est nul. Les deux bras du fléau étant égaux, il faut donc ajouter sur le plateau une masse m telle que :

$$m = \frac{N\mu_0 I_1 I_2}{\pi g} \frac{2ab}{z_0(z_0+2b)}$$

40. Le cadre C_1 est constitué de :

$$N = 375 \text{ spires}$$
